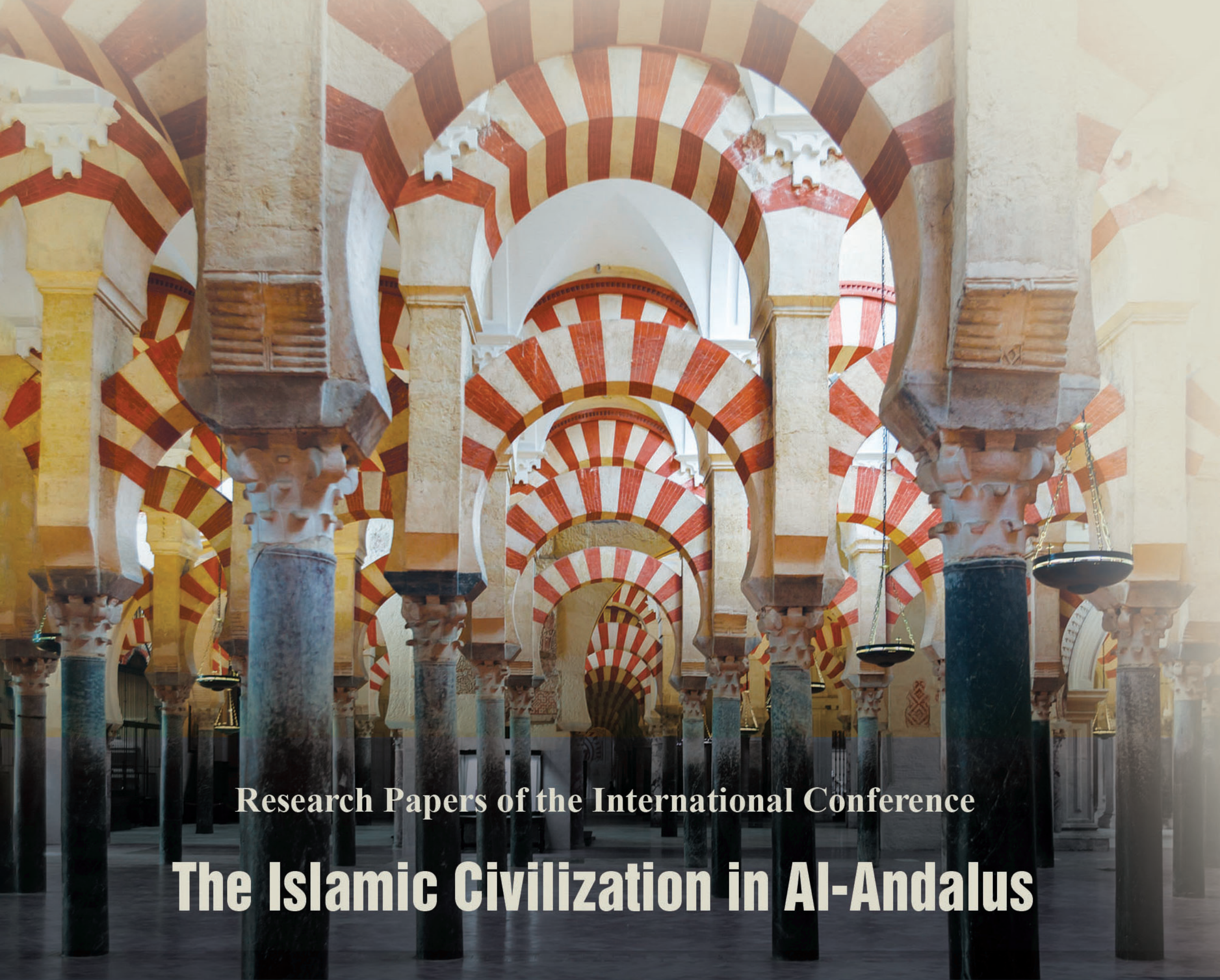
BIBLIOTHECA ALEXANDRINA
مكتبة الإسكندرية



Research Papers of the International Conference

# The Islamic Civilization in Al-Andalus

## Honoring Professor Ahmed Mukhtar al-Abbadi

## Part II

Architecture, Art and Science

Foreword

**Dr. Mostafa El Feki**

**2020**

مركز دراسات الحضارة الإسلامية
Center for Islamic Civilization Studies

Editing

**Dr. Mohamed Elgamal**

BIBLIOTHECA ALEXANDRINA
مكتبة الإسكندرية

Research Papers of the International Conference

# The Islamic Civilization in Al-Andalus

## Honoring Professor Ahmed Mukhtar al-Abbadi

Bibliotheca Alexandrina (15–17 November 2016)

## Part II

Architecture, Art and Science

Foreword

**Dr. Mostafa El Feki**

**2020**

مركز دراسات الحضارة الإسلامية
Center for Islamic Civilization Studies

Editing

**Dr. Mohamed Elgamal**

# Contents

**Foreword** ........ v

**Islamic Gardens: The Model of Alhambra Gardens in Granada** ........ 1

Dr. Ibrahim Mohammad ‘Odeh Abu Aemar

**Asimetría cromática en los alicatados de la Alhambra** ........ 17

Ma. Antonieta Emparán F.

**El Professor Ahmed Mukhtar-Al-Abbadi y sus estudios sobre la historia de Granada** ........ 33

María Jesús Viguera Molins

**Event Photos** ........ 39

# Foreword

The Bibliotheca Alexandrina (BA) is keen on disseminating the concept of intercultural and inter-civilizational dialog. Therefore, it launched an initiative to promote the universality of Islam, its message of tolerance, and Islamic civilization, which has been a cornerstone in human history. This initiative aims to propagate certain ideals, such as: tolerance, fraternity, and acceptance of the other, while rejecting bigotry. As such, the initiative aims to guide us through the path of enlightenment paved by the Islamic civilization, which spread from China in the East to Andalusia in the West, as well as its numerous achievements in the fields of science, art, and literature.

The BA Center for Islamic Civilization Studies aims to achieve the aforementioned goals, and for that very reason the Center published a series of works dedicated to the field, such as *Islamic Art in China*, *The Islamic Attractions and Arab Antiquities*, and *Islamic Architecture in Greece*, among others.

Furthermore, the Center organized specialized international seminars and lectures on Islamic civilization in Andalusia, beginning with the series of annual seminars titled “Andalusia Day” that have been held in cooperation with the Foundation of Abdulaziz Saud Al-Babtain for years and continue to this day.

Within the same context, the Center organized an international conference 15–17 November 2016, titled “The Islamic Civilization in Andalusia”. That year, the conference commemorated a pioneer in Andalusian studies, Prof. Ahmed Mukhtar al-Abbadi, who greatly contributed to Moroccan and Andalusian historical and cultural studies. The commemoration came in an effort to honor scholars and historians who have worked on specialized scientific and academic studies, and therefore gained local and international recognition within Egypt and the rest of the world.

The three-day conference witnessed the attendance of—or participation through forwarding the research conducted by—scholars from Egypt, Syria, Iraq, Libya, Tunisia, Algeria, Mauritania, Spain, and Chile. The presented research papers dealt with Islamic history, civilization, architecture, art, and literature in Andalusia throughout its different stages and are included in this publication. We hope it will shed light on the development of Islamic civilization in Andalusia and its unique history that spanned eight centuries, resulting in the cultural enrichment of human civilization.

**Dr. Mostafa El Feki**

Director, Bibliotheca Alexandrina

# Asimetría cromática en los alicatados de la Alhambra

**Ma. Antonieta Emparán F.**(*)

## Abstract

The science of mathematics held a discussion about the presence of the 17 crystallographic groups of plane symmetry in the mosaics of the Alhambra from the appearance of a doctoral thesis on the subject in 1944. This research collects discussion of mathematicians, which have established criteria for recognition of the presence of these groups, to establish the possibility of symbolic representation from chromatic asymmetry in some of the tiles of the Alhambra. Thus, what would be a mathematical error would be a way of representation intentional taking as an example the case of the Nazari "pajarita" Bath of Comares.

*Keywords*: Alhambra, Tiling, 17 crystallographic groups, Bath of Comares.

## Resumen

Desde las ciencias de las matemáticas se ha sostenido una discusión acerca de la presencia de los 17 grupos cristalográficos de simetría plana en los mosaicos de la Alhambra a partir de la aparición de una tesis doctoral sobre el tema en 1944. En esta investigación se recoge la discusión de los matemáticos, en la que se han establecido criterios de reconocimiento de la presencia de estos grupos, para establecer la posibilidad de la representación simbólica a partir de la asimetría cromática en algunos de los alicatados de la Alhambra. De esta forma, aquello que sería un error matemático sería un modo de representación intencionado tomando como ejemplo el caso de la "pajarita" nazarí del Baño de Comares.

*Palabras clave*: Alhambra – Alicatados – 17 grupos cristalográficos – Baño de Comares.

## Introducción

Uno de los principales, y más llamativos elementos ornamentales al interior de los palacios y dependencias de la Alhambra nazarí, son los alicatados. Estos ornamentos son siempre composiciones abstractas, no figurativas, que forman parte del llamado arabesco dentro del arte islámico. Será, pues, de dichos ornamentos que nos ocuparemos en el presente trabajo, empleando las matemáticas como herramienta de análisis y la discusión que se ha generado entre matemáticos que han estudiado los alicatados de la Alhambra.

Nuestro análisis de obra se centra en la hipótesis de que, en contraposición a la mirada matemática, la asimetría cromática presente en algunos de los alicatados de la Alhambra, no corresponde al desconocimiento por parte de los nazaríes y sus artesanos de la existencia de los 17 grupos cristalográficos. Por lo tanto, en nuestra investigación hemos analizado la posibilidad de la intención de la asimetría cromática en el diseño de los patrones geométricos que componen los alicatados como una herramienta de representación simbólica del relato histórico.

La discusión matemática ha llegado a establecer un catálogo de clasificación de los alicatados en los distintos grupos cristalográficos. Sin embargo, y tal como lo reconoce Oleg Grabar en su obra dedicada a la Alhambra(1), la historia del arte ha ignorado esta cuestión, la cual debiera ser abordada al menos como parte de un análisis formal. Tal como desde la antropología lo haría Dorothy Washburn, quien ha empleado la cristalografía planimétrica para establecer criterios de clasificación llegando a establecer que en la repetición geométrica y en la utilización de una simetría o asimetría cromática, puede existir una simbología o metáfora que al interior de la cultura es aprendida y conocida, por lo tanto parte del lenguaje simbólico.

## 17 Grupos Cristalográficos

Dentro de las ciencias de las matemáticas, específicamente en la geometría, existe un área llamada geometría planimétrica, grupos cristalográficos o 17 grupos simétricos planos(2). Esto se inscribe dentro de la denominada geometría del plano euclidiano por tratarse de un plano de dos dimensiones y sus posibilidades de realizar teselaciones en éste(3). Su característica principal, es que responde a las finitas posibilidades geométricas de llenar un plano de forma simétrica.

En 1891 Evgraf Fedorov establece que solo existen 17 grupos cristalográficos, es decir solo 17 fórmulas de patrones geométricos, capaces de llenar el planeo euclidiano manteniendo la simetría a través de la publicación del artículo “The Symmetry of Regular Systems of Figures."[4]. Sin embargo, estos solo serán reconocidos públicamente cuando George Polya en 1924 redescubra estos 17 grupos[5].

En términos simples, la simetría planimétrica consta de la repetición de un patrón geométrico que se dispone infinitamente llenando un plano euclidiano bajo ciertos parámetros (ver gráfico 1). De esta forma, haciendo combinaciones de traslación, rotación, reflexión y reflexión guiada este patrón geométrico puede llenar el plano hasta el infinito. Las posibilidades de ángulo de rotación, la existencia de reflexión o no y el tipo de traslación, hacen que solo existan 17 combinaciones posibles para mantener la simetría en el diseño de la teselación[6].

## Discusión Matemática

La primera vez que se realizó un estudio de los alicatados de La Alhambra bajo la perspectiva matemática, buscando los grupos cristalográficos presentes en ésta, fue en 1944 en una tesis doctoral para la Universidad de Zürich realizada por Edith Müller[7]. En su tesis Müller reporta haber encontrado tan solo 11 grupos cristalográficos[8]. Coxeter luego encontrará dos grupos más, pm y p31m, presentes en la ciudad palatina[9]. En adelante, algunos matemáticos intentarán probar la existencia de los restantes 4 grupos cristalográficos en el conjunto de La Alhambra entregando cada uno sus argumentos al respecto[10].

En 1985 José Montesinos publica su libro Classical Tessellations and Three-Manifolds[11] en el que realizó un importante aporte al introducir diseños que se encontraban en etapa de restauración, ingresando directamente al taller. Es por este motivo que logra encontrar los 17 grupos. Sobre el ejemplo del grupo p3m1 le entrega los créditos a Pérez-Gómez de su hallazgo y reconoce la dificultad para encontrar ejemplos de este grupo en el complejo de la Alhambra. Además, cita a B. Grünbaum, Z. Grünbaum y G. Shephard señalando que a pesar de que estos indican que solo se encuentran presentes en la Alhambra 13 grupos cristalográficos, como veremos más adelante, fácilmente se encuentran 16 de los 17 grupos[12].

En 1986, B. Grünbaum, Z. Grünbaum y G. Shephard realizan una aclaración en torno a los grupos simétricos presentes en La Alhambra y establecen los motivos por los cuales no existe, dentro del conjunto palaciego, la presencia de los grupos cristalográficos pg, p2, pgg y p3m1 estableciendo una relación con el empleo de la simetría planimétrica en el ornamento que ellos denominan morisco. Para esto, establecen cinco criterios, o más bien visualizan cinco problemáticas al momento de enfrentarse a un mosaico para establecer si es que pertenece o no a un grupo simétrico. Estos son:

1. Percepción inmediata: En este nivel la pregunta subyace en encontrar las isometrías propias de un grupo específico.
2. Considerar el diseño ignorando el color: En este nivel es posible encontrar que el mosaico pertenece a otro grupo cristalográfico sin considerar la simetría de color respetando las isometrías propias del grupo. Así, un mosaico puede pertenecer a dos grupos cristalográficos considerando o no el color.
3. Decidir ignorar el color en mosaicos policromáticos: este punto es algo similar al anterior, solo que en este caso considerando el color no hay simetría.
4. Ignorar la lacería: Muchos diseños geométricos islámicos cuentan con un diseño de lacería que se organiza en planos. Si es que se considera el movimiento del lazo a través de planos no existe posibilidad alguna de que el diseño pertenezca a un grupo cristalográfico.
5. Ignorar la lacería policroma: Además de ignorar, en este caso, la presencia de planos en el diseño, es necesario ignorar también la presencia de dos o más lazos de distintos colores interactuando entre sí(13).

Un elemento muy importante para estos matemáticos es que dentro de los mosaicos en la Alhambra y dentro de todo el arte morisco, hay una escasa presencia de simetría cromática ya que los colores, según ellos dicen, cumplen diferentes roles dentro del patrón geométrico. Esto último es en referencia al porcentaje que cada color cumple dentro del diseño. Así, las proporciones, según el estudio por ellos realizado, de mayor presencia son: 2:1:1, 4:2:1:1, 6:2:1, 6:3:1:1:1(14).

Un año más tarde, en 1987, R. Pérez-Gómez anuncia haber encontrado en la Alhambra los cuatro grupos cristalográficos faltantes en su artículo “The four regular mosaics missing in the Alhambra”(15). Dos de estos se encuentran en el Museo de la Alhambra, p2 y p3m1. Y, tal como lo señala en el abstract de su artículo, concuerda con Grünbaum y establece en su análisis los 5 criterios que B. Grünbaum, Z. Grünbaum y G. Shephard establecieron para identificar la presencia de simetría planimétrica. Sin embargo, Rafael Pérez-Gómez amplifica los criterios de búsqueda a otras superficies más allá de los alicatados que desde Müller a Grünbaum habían sido analizados. Debido a esto, tendrá que dar mayores argumentos a sus dichos y publicará en 2004 un artículo denominado “Un lmatemático pasea por la Alhambra”(16). En este artículo, Pérez-Gómez declara que ya se ha cerrado la discusión en torno a la existencia de los 17 grupos cristalográficos en la Alhambra(17).

Sin embargo, hay elementos que nos llama la atención en relación a los ejemplos que toma para realizar su demostración; Del total de los 17 diseños, vemos que 11 corresponden a alicatados, 3 a yeserías, 1 al piso, 1 a una cerámica y 1 a una celosía. Además, para dos de los cuatros grupos inexistentes ha encontrado nuevos ejemplos que los extrae de la obra de José Montecinos “Caleidoscopios e la Alhambra”(18).

El trabajo de Pérez-Gómez se hace más interesante al intentar dar un contexto en relación a la importancia antropológica que estos diseños tienen en el desarrollo artístico de los nazaríes. Señala que "esta civilización dejó un devastado legado científico al cual difícilmente puede accederse si no es de la mano de arabistas expertos"(19). Y, consciente de esto, trata de develar, desde la matemáticas, el trabajo realizado con "juegos de cartabones y compases rígidos"(20) por parte de los geómetras nazaríes y denomina a este periodo como "Prehistoria de la Teoría de Grupos"(21).

Aunque la discusión parecía ya cerrada, Branko Grünbaum reimplanta la duda dos años más tarde con la publicación de What Symmetry Groups are Present in the Alhambra?(22) Respecto de la obra de Montesinos él se pregunta acerca de qué es lo que se está buscando y considerando para hacer el análisis. Ciertamente Montesinos considera cualquier tipo de ornamento, los alicatados, yeserías y pinturas(23). Además se pregunta si es que en el análisis se respeta o no la simetría cromática o solo en relación al dibujo. Bajo esta perspectiva, Grünbaum acusa a Montesinos de utilizar cualquier elemento a su conveniencia para encontrar los grupos de simetría planimétrica(24).

## Estructura de la Investigación

A partir de la discusión entre sobre la aparición de los 17 grupos cristalográficos en la Alhambra, se inicia un análisis de ésta en relación a los elementos en los que convergen y principalmente en los que hay un desacuerdo. La principal disputa es si debe considerarse el color para el análisis del patrón geométrico o tan solo el dibujo, puesto que en algunos casos, si se considera el color, deja de haber simetría cromática, mientras que en otros, la clasificación correspondería a un grupo diferente de si solo se considera el dibujo. Al suponer, los matemáticos, que los geómetras nazaríes ignoraban la existencia de los 17 grupos cristalográficos, la distribución asimétrica de los colores en los alicatados correspondería a un error matemático producto del azar debido a la inimportancia de cómo estuviesen estos distribuidos en la composición, es decir, había una completa falta de intención en la composición cromática.

Considerando que el nivel de desarrollo en las matemáticas alcanzado por las distintas sociedades obedece al grado de sofisticación cultural logrado gracias a las condiciones dadas en términos materiales, sociales, religiosos, políticos, etc. surge la pregunta en torno a las condiciones dadas para el cultivo de las matemáticas en una sociedad en constante amenaza bélica. De este modo, la historia de los conflictos bélicos, tanto externos como internos, así como sus respectivos espacios de paz producto de los tratados fueron ordenados a modo de considerar el nivel de

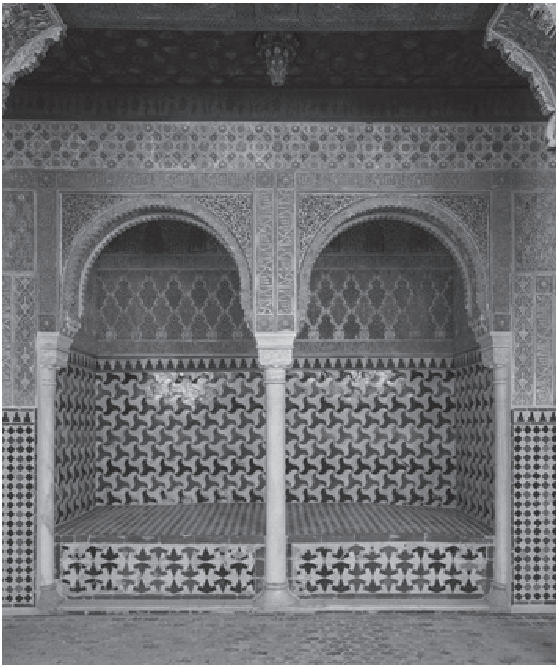


**Imagen 1**

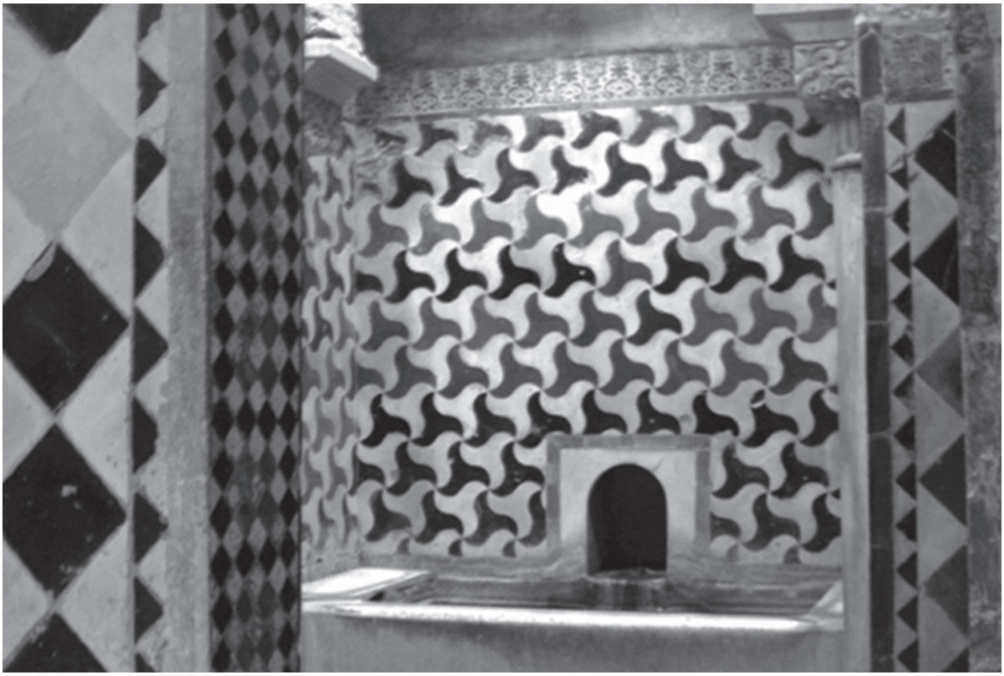


**Imagen 2**

estabilidad o inestabilidad que permitiera o impidiera el desarrollo tanto artístico como matemático.

Una vez catastrada esta historia, es posible establecer relaciones entre los periodos de paz y guerra con los motivos de construcción. De ahí que la primera evidencia es que la mayoría de los edificios en los que se encuentran los alicatados que tienen asimetría cromática, fueron edificados con motivos conmemorativos de un triunfo en alguna campaña y/o celebración de un acuerdo de paz.

Tras detectar el motivo de la construcción del monumento, se identificó el uso del lugar. Teniendo en cuenta estos dos factores, se realizó un análisis formal de los alicatados, ya no en términos matemáticos, sino que de composición visual estableciendo primeras hipótesis de una posible interpretación simbólica relacionada con el contexto histórico del cual emanó.

Finalmente, estas hipótesis fueron contrastadas con las inscripciones epigráficas que acompañan a los alicatados que se encuentran en los zócalos de los muros. Es en este punto en dónde se descarta o se reafirma la hipótesis respecto de un posible significado simbólico.

## El ejemplo del Baño de Comares

Recordemos que el baño de Comares fue construido por Ismail I y reformado por Yusuf I en cuya ornamentación se incluyeron notables poemas de Ibn al-Yayyab. Dichos poemas hacen referencia al elemento principal al interior de este edificio; el agua.

En este baño se encuentran dos versiones de un mismo alicatado compuesto por la distinguida “pajarita” nazarí, con diferencias en su distribución cromática. En una de las versiones encontramos un “orden” de colores en franjas, específicamente en el alicatado de la alcoba de las camas (ver imagen 1). Mientras que el alicatado que se encuentra en la sala de agua fría más bien parece dominar el azar en la distribución de los colores en el plano (ver imagen 2).

A pesar de que ninguno de los dos poemas (ver anexo: poema 1 y poema 2) se encuentra directamente articulado con ninguno de los alicatados en cuestión, nos dan derechamente la clave para entender la disposición de sus colores. Veremos que tanto el agua caliente como el agua fría están asociadas a cualidades magnánimas en equivalencia. Sin embargo, también advertimos en el poema que estuviera en la entrada que la armonía se encuentra en el equilibrio entre los contrarios, es decir entre el agua y el fuego; agua caliente.

**Poema 1: Poema de la entrada de Ibn al-Yayyab (desaparecido)**

| | |
|---|---|
| *"Entra en el nombre de Dios en la mejor casa,* | ادخُلْ على اسمِ اللّهِ في خيرِ دارْ |
| *lugar de pureza, estancia a respetar:* | محل طُهْر ومُقَامِ اعتبارْ |
| *es el baño de la Casa Real,* | حمّامُ دار الملك وهو الذي |
| *en el que grandes mentes se afanaron.* | تأنَّقت فيه العقول الكبارْ |
| *El fuego un agradable calor tiene allí* | للنار حر فيه مُسْتَعْذَبٌ |
| *y el agua pura se derrama.* | وفيه للماءِ المَعينِ انهمارْ |
| *En él, los más diversos deseos se armonizan,* | ففيه أشتاتُ المُنَى أُلِّفَتْ |
| *bástete con los dos contrarios: el agua y el fuego.* | كفاك بالضِّدينِ ماءٌ ونارْ |
| *Los vestidos se quitan con alegría,* | تُنْتَزَعُ الأثوابُ طُرًا به |
| *y el primero de ellos, el de la seriedad.* | وأولُ الأثوابِ ثوبُ الوقارْ |
| *Dios lo enobleció con un señor* | شَرَّفَهُ اللّهُ بمولى لَهُ |
| *cuyas buenas acciones brillan cual sol de mediodía.* | مكارمُ تُبْهِرُ شمسَ النهارْ |
| *¡Quién como Abu l-Hayyay, nuestro sultán!* | مَنْ كأبي الحجاج سُلطاننا |
| *Perdúrele la soberanía alta cual alminar."*(25) | دامَ له الملكُ الرفيعُ المنارْ |

Con estas consideraciones en relación al agua, podemos ver que la representación del movimiento del agua presente en la alcoba de las camas tendría este orden por franjas de colores para representar esta armonía presente en el baño entre agua y fuego. Es en este lugar en dónde se pueden armonizar los deseos y dar paso a que las mentes se afanen, pero principalmente en donde los usuarios pueden despojarse de la seriedad. De ahí que las inscripciones epigráficas en este lugar sean la Galiba, la baraka y la certeza de que es Allah quien provee en la adversidad.

Por otra parte, vemos que esta armonía se pierde en la sala fría y que el orden de los colores parece carecer de una intención preestablecida y estar ajeno al criterio de un orden lógico, mucho más allá de querer mantener una simetría geométrica incluso. Sin embargo, debemos volver a los poemas y prestar nuevamente atención a la relación que establecen entre el fuego y el agua. Pues bien, al estar el agua fría carente de una relación directa con el fuego, es que carece de esa armonía al no estar acompañada de su complemento. Si bien es cierto que es necesaria y que también es poseedora de buenas cualidades como lo señala el poema en el cuarto caliente, no conoce el equilibrio propio de la armonía entre los opuestos. Por lo tanto, acá se

**Poema 2: Sala caliente, poema es atribuído a Ibn al-Yayyab**

| | |
|---|---|
| *“Lo más maravilloso, ahora o en el pasado,* | أعجب شيء حادث أو قديم |
| *es una guardia de leones en una morada en el paraíso.* | مرابض الأسد ببيت النعيم |
| *Un león y, enfrente, otro semejante,* | من أسد قابله مثله |
| *sirven erguidos a [nuestro] señor.* | قاما لدى المولى مقام الخديم |
| *Ambos se reparten las dos cualidades de su nobleza:* | تقاسما وصفي علاه فمن |
| *valor ardiente y universal generosidad.* | بأس له حام وجود عميم |
| *Y es que uno derrama agua fría,* | يفيض ذا عذبا برودا وذا |
| *mientras que su contrario agua caliente vierte.* | ضد له فهو يفيض الحميم |
| *¡Cuán suprema maravilla* | هذا وكم من عجب عجاب |
| *honrada por la suerte de tener tan noble dignidad!* | يسره سعد المقام الكريم |
| *¡Quién como Abu l-Hayyay, nuestro sultán!* | من كأبي الحجاج سلطاننا |
| *¡Que en triunfo y grandiosa victoria permanezca!”*[26] | لا زال في نصر وفتح عظيم |

establecería simbólicamente, a través de la asimetría cromática, la falta del fuego como complemento del agua.

Pongamos ahora atención al sultanato de Yusuf I. Este emir buscó constantemente el equilibrio por medio del establecimiento de treguas y la mantención de buenas relaciones con sus vecinos. Gracias a su buena gestión y la estrategia de sus acciones, es que logró establecer un tratado de paz tanto con Castilla como con Fez en 1334 y ratificó el tratado que tenía con Aragón. Se establecieron políticas de intervención en la Península para los merinidas manteniendo un equilibrio entre la ayuda militar prestada a Granada y la no intromisión ni ambición territorial en ésta. De este modo, vemos que hay un equilibrio en donde cada fuerza se encuentra restringida a su ámbito sin interferir en el de sus vecinos reinados y/o emiratos.

Por otra parte, debido a la acción de los merinidas, quienes incumplen los acuerdos establecidos, arrastran al nazarí hacia la guerra en contra de los castellanos quienes contaban con la ayuda de portugueses. La Batalla del Salado (1340) causó un alboroto tal que como ya sabemos culminó con la desestructuración de los batallones musulmanes y una aplastante derrota que obligo a ambos emires, merinida y nazarí, a la rápida retirada perdiendo familiares en esto[27].

Así, vemos que en estos dos alicatados se encuentra presente también el periodo de armonía como el de mayor caos en el desarrollo del sultanato de Yusuf I. Y es que “valor ardiente” se necesita para ir a la guerra, aunque carezca del equilibrio que obtiene el agua en relación al fuego, y “universal generosidad” es la que se expresa en la voluntad de establecer un acuerdo de paz entre distintos reinados y emiratos.

## Conclusiones

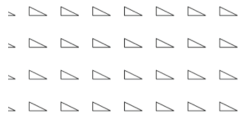
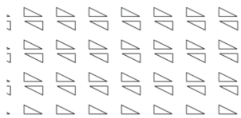
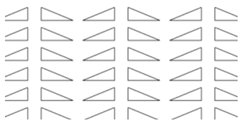
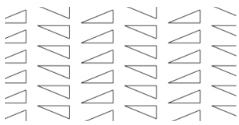
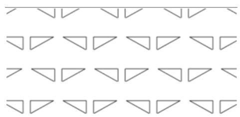
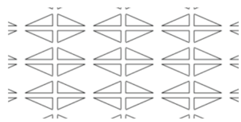
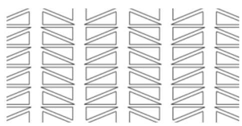
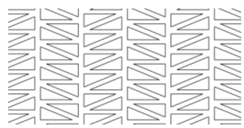
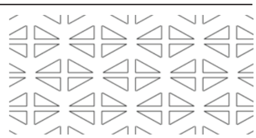
A pesar de que no tenemos como verificar si es que los matemáticos nazaríes conocían la existencia limitada de 17 posibilidades de llenar un plano con un patrón geométrico determinado debido a la falta de fuentes primarias encontradas hasta el momento, podemos constatar que si consideraron elementos de simetría y proporciones en la elaboración de sus patrones geométricos; de acuerdo a la distribución de colores por cantidades proporcionales o siguiendo cierto ritmo o patrón. Esto último deja en evidencia los conocimientos matemáticos en la elaboración de los alicatados. Por otra parte, la existencia de la repetición de un mismo motivo, en dos alicatados dispuestos en diferentes partes de un mismo complejo arquitectónico, con diferencias en su composición cromática, revelan conocimiento en cuanto a lo que la alteración de colores provoca: asimetría.

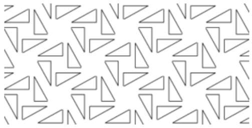
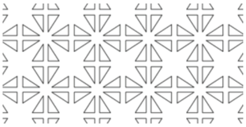
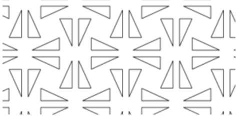
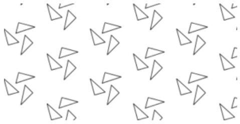
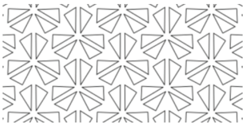
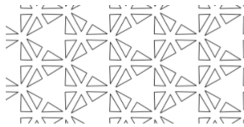
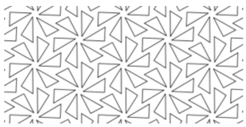
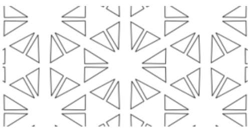
Esto nos lleva a verificar que en la asimetría cromática no se encuentra presente un error matemático o un mero desconocimiento de las propiedades matemáticas de la simetría planimetrica, sino que por el contrario, se evidencia una intencionalidad por parte del artista geómetra. Es decir, la asimetría cromática funciona como un elemento metafórico en el relato contenido en todo el edificio que tiene como base tanto el uso que se le da al inmueble, como los motivos y contexto histórico de su construcción.

Por lo tanto, y como comentario final, podemos decir que los modos de producción artístico, artesanal y geométrico de los ornamentos al interior de la Alhambra siguen siendo una incógnita para la historia del arte actualmente. Sin embargo, y con la colaboración de otras disciplinas y su trabajo en conjunto, es posible establecer nuevas relaciones que posibiliten un mejor entendimiento de los procesos creativos en torno al arte islámico. Por lo tanto, se hace necesario continuar en la vía de incorporar y unificar los estudios realizados sobre un mismo objeto de análisis para tener una mirada más amplia desde distintas orillas del saber. De este modo, la idea de la imposibilidad de que los geómetras del siglo XIV conocieran los 17 grupos cristalográficos se pone en perspectiva al verificar que en la asimetría cromática habría una intención por parte del artista. Y, por otro lado, es gracias a las matemáticas que se pone la atención a un elemento que solo ha sido analizado desde su aspecto formal hasta el momento, abriendo la posibilidad de la inquietud ante el supuesto “error” y otorgándole una nueva dimensión al arte geométrico abstracto de la Alhambra.

## Anexos

### Gráfico 1

| Grupo cristalográfico | Tipo de grilla | Tipo de rotación | Tipo de reflexión | Patróngeométrico[28] |
|---|---|---|---|---|
| p1 | Paralelogramo | - | - |  |
| p2 | Paralelogramo | 2 (180°) | - |  |
| pm | Rectángulo | - | Paralelo |  |
| pg | rectángulo | - | - |  |
| cm | Rómbico | - | Paralelo |  |
| pmm | Rectángulo | 2 (180°) | 90° |  |
| pmg | Rectángulo | 2 (180°) | Paralelo |  |
| pgg | Rectángulo | 2 (180°) | - |  |
| cmm | Rómbico | 2 (180°) | 90° |  |

| **Grupo cristalográfico** | **Tipo de grilla** | **Tipo de rotación** | **Tipo de reflexión** | **Patróngeométrico**[28] |
|---|---|---|---|---|
| p4 | Cuadrado | 4 (90°) | - |  |
| p4m | Cuadrado | 4 (90°) (Con los centros de rotación en los centros de reflexión) | - |  |
| p4g | Cuadrado | 4 (90°) (No todos los centros de rotación se encuentran en los ejes de reflexión) | 45° |  |
| p3 | Hexagonal | 3 (120°) | - |  |
| p31m | Hexagonal | 3 (120°) (No todos los centros de rotación se encuentran en los ejes de reflexión) | 60° |  |
| p3m1 | Hexagonal | 3 (120°) (Con los centros de rotación en los centros de reflexión) | 30° |  |
| p6 | Hexagonal | 6 (60°) | - |  |
| p6m | Hexagonal | 6 (60°) | 30° |  |

## Endnotes

(*) Historian of Islamic Art, Universidad de Chile.

(1) Oleg Grabar, *La Alhambra: Iconografía, Formas Y Valores* (Madrid: Alianza, 1978).

(2) Samantha Burns, Courtney Fletcher and Aubray Zell, *The 17 Plane Symmetry Groups* (Boise: Boise State University, 2012): 2, online e-book, https://caicedoteaching.files.wordpress.com/2012/05/burns-fletcher-zell.pdf; Jose Maria Montesinos, *Classical Tesselations and Three-Manifolds* (Berlin: Springer-Verlag, 1987): 56.

(3) *Ibid.*: 45.

(4) Burns, Fletcher and Zell, *The 17 Plane Symmetry Groups*: 2.

(5) *Ibid*.

(6) En términos matemáticos, existen restricciones relacionadas con las posibilidades de rotación; en un grupo cristalográfico solo pueden aparecer rotaciones de orden 2, 3, 4 y 6. No entraremos en explicaciones más profundas al respecto para no desviarnos de nuestro tema. Sin embargo diremos que esto se refiere a la amplitud del ángulo de rotación y la figura principal que conforma el patrón que se repite. De este modo, no es posible una rotación de orden 5 ya que la traslación de esta figura geométrica, el pentágono, no es de forma simétrica y cambia continuamente. No obstante es posible llenar un plano hasta el infinito con una solución a este problema, este es el llamado Embaldosado de Penrose, presente en patrones geométricos islámicos persas. En cuanto a los órdenes mayores de 6, existe el Teorema de I. Niven el cual establece que no es posible embaldosar con polígonos de más de 6 lados, debido a que las figuras chocarían y se superpondrían una sobre la otra dado que el ángulo de rotación es más agudo de lo que se necesita, see Georg E. Martin, *Transformation Geometry: An Introduction to Symmetry*, *Undergraduate Texts in Mathematics* (New York: Springer-Verlag, 1982): 88-92; Burns, Fletcher and Zell, *The 17 Plane Symmetry Groups*: 3-4; Montesinos, *Classical Tesselations and Three-Manifolds*: 98-100; Doris Schattschneider, "The Plane Symmetry Groups: Their Recognition and Notation", *American Mathematical Monthly* 85, no. 6 (June–July 1978): 440-443.

(7) B. Lynn Bodner, "The Planar Crystallographic Groups Represented at the Alhambra", in *Proceedings of Bridges 2013: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture*, edited by George W. Hart and Reza Sarhangi (Phoenix: Tessellations, 2013): 225, online e-book, http://archive.bridgesmathart.org/2013/bridges2013-225.pdf; Branko Grünbaum, "What Symmetry Groups Are Present in the Alhambra?" *Notices of the American Mathematical Society* 53, no. 6 (June–July 2006): 641, online e-article, http://www.ams.org/notices/200606/comm-grunbaum.pdf; Rafael Pérez-Gómez, "The Four Regular Mosaics Missing in the Alhambra", *Computers & Mathematics with Applications* 14, no. 2 (1987): 133; Donald W. Crowe, "Symmetries of Culture", *Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts*, http://www.mi.sanu.ac.rs/vismath/crowe1; W. K. Chorbachi, "In the Tower of Babel: Beyond Symmetry in Islamic Design", *Computers & Mathematics with Applications* 17, no. 4-6 (1989): 755.

(8) De acuerdo con lo que dice Grünbaum, es posible que Müller olvidase los dos últimos grupos debido a que una de las piezas solo estuvo disponible tras la apertura del Museo de La Alhambra un año después de que ella publicara su estudio. Y debido a que la otra pieza pertenece al Patio del Cuarto Dorado, el cual fue restaurado recién en 1965, see: Branko Grünbaum, Ozdenka Grünbaum and G. C. Shepard, "Symmetry in Moorish and Other Ornaments", *Computers & Mathematics with Applications* 12, no. 3-4 (May–August 1986): 642; Pérez-Gómez, "The Four Regular Mosaics Missing in the Alhambra": 133.

(9) *Ibid.*: 641; *Ibid*.

(10) De acuerdo con B. Grünbaum, Z. Grünbaum y G. Shephard, varios se han aventurado a asegurar la presencia de los 17 grupos cristalográficos en La Alhambra, ver: Grünbaum, Grünbaum, and Shephard, "Symmetry in Moorish and Other Ornaments". Entre los matemáticos que estos nombran en su artículo, y a los cuales lamentablemente no tenemos en este momento acceso, son: N. V. Belov; L. Fejes Tóth. Por último, menciona también a G. E. Martin quien señala que el conocimiento de los 17 grupos cristalográficos, a pesar de haber sido descubiertos recién en 1891 y redescubiertos en 1924, eran conocidos implícitamente por los moriscos ya que la mayoría se encuentran en La Alhambra. Hay que destacar que Martin no asevera que los 17 grupos se encuentran en la ciudad palatina como señala Grünbaum, mientras que 13 de 17 si son una "mayoría".

(11) Montesinos, *Classical Tesselations and Three-Manifolds*.

(12) *Ibid.*: 228. El motivo por el cual Montesinos cita a B. Grünbaum, Z. Grünbaum y G. Shephard corresponde a que la edición que consultamos es la de 1987 y es por este motivo que complementa con comentarios finales su libro en el que otorga los créditos correspondientes y se refiere brevemente al artículo de los autores señalados.

(13) *Ibid.*: 643-647.

(14) *Ibid.*: 652.

(15) Pérez-Gómez, "The Four Regular Mosaics Missing in the Alhambra".

(16) Rafael Pérez-Gómez, "Un matemático pasea por la Alhambra", Física en Acción 5 (2004), online e-article, https://culturemath.ens.fr/sites/default/files/RafaelPerezFMA2004-1.pdf

(17) *Ibid.*: 34.

(18) José María Montesinos, "Caleidoscopios en la Alhambra", *Memorias de La Real Academia de Ciencias* 23 (1987). Montesinos en su trabajo, el cual es una conferencia, aborda solo el tema de los grupos cristalográficos. En cuanto a los ejemplos que da y la explicación de estos, es exactamente la misma que publicó en su libro Classical Tessellations and Three-Manifolds traducida al español. En la página 40 agrega un apéndice en el que señala los mismos comentarios que en su libro en relación al texto de B. Grünbaum, Z. Grünbaum y G. Shephardy al descubrimiento de la marquetería de Pérez-Gómez.

(19) Pérez-Gómez, "Un Matemático Pasea Por La Alhambra": 33.

(20) *Ibid.*: 32.

(21) *Ibid.*: 34.

(22) Grünbaum, "What Symmetry Groups Are Present in the Alhambra?".

(23) Montesinos, *Classical Tessellations and Three-Manifolds*: 98-100; Montesinos, "Caleidoscopios en La Alhambra".

(24) Grünbaum, "What Symmetry Groups Are Present in the Alhambra?".

(25) José Miguel Puerta Vilchez, *Leer la Alhambra* (Granada: Edilux Ediciones, 2011): 139.

(26) *Ibid.*: 145.

(27) Rachel Arie, *El Reino Nazarí de Granada* (Madrid: Mapfre, 1992): 41; Diego Melo Carrasco, "La 'Cuestión' Del Estrecho: Un 'Asunto' Internacional. Relaciones Y Dinámicas", Studi Medievali 57, no. 1 (2016): 186; Luis Seco de Lucena, *El Libro de la Alhambra: Historia de los Sultanes de Granada* (León: Everest, 1988): 41.

(28) Burns, Fletcher and Zell, *The 17 Plane Symmetry Groups*: 4-6; Saint Louis University, "Wallpaper Patterns", *Math and the Art of MC Escher*, http://euler.slu.edu/escher/index.php/Wallpaper_Patterns

BIBLIOTHECA ALEXANDRINA
مكتبة الإسكندرية

ISBN 978-977-452-557-0

BIBLIOTHECA ALEXANDRINA
مكتبة الإسكندرية

أبحاث المؤتمر الدولي

# الحضارة الإسلامية في الأندلس

تكريمًا للأستاذ الدكتور أحمد مختار العبادي

الجزء الثاني

«العمارة والفنون والعلوم»

تصدير
د. مصطفى الفقي

تحرير
د. محمد الجمل

٢٠٢٠

مركز دراسات الحضارة الإسلامية
Center for Islamic Civilization Studies