

ANÁLISIS DE LOS ALICATADOS DEL ALCÁZAR DE SEVILLA MEDIANTE HERRAMIENTAS DESARROLLADAS EN EL ÁMBITO DE LA VISIÓN ARTIFICIAL

ALBERT GIL, Francisco (1); GOMIS MARTÍ, José M. (2); VALOR VALOR, Margarita (3);
MALDONADO, Marissa (2)

Universidad Politécnica de Valencia, España
Departamento de Expresión Gráfica en la Ingeniería

⁽¹⁾Correo electrónico: fraalgil@degi.upv.es

⁽²⁾Correo electrónico: jmgomis@degi.upv.es

⁽³⁾Correo electrónico: mvalor@degi.upv.es

RESUMEN

Los patrones empleados en los revestimientos cerámicos, están formados por motivos que se combinan mediante transformaciones geométricas, rellenando el plano que constituye el embaldosado. Las distintas formas en que se pueden estructurar dichas transformaciones son limitadas y están descritas por la teoría de grupos de simetría. Los diversos motivos junto con su grupo de simetría del plano (la estructura), constituyen la información completa del patrón.

Los autores pertenecen a un grupo de investigación que ha desarrollado un conjunto de herramientas informáticas avanzadas capaces de analizar, reconstruir, catalogar y editar las imágenes procedentes de patrones. En esta comunicación, se presentan los resultados de la aplicación de las herramientas desarrolladas al análisis de los alicatados del palacio del Rey Don Pedro I, en el Real Alcázar de Sevilla.

La procedencia histórica de las imágenes de los alicatados analizados, junto al carácter artesanal de los mismos han obligado a prestar una atención especial al ajuste de las tolerancias de la herramienta durante todo el proceso de análisis. Debiéndose destacar, además, que una vez obtenida la estructura, las imágenes son susceptibles de adoptar su formalización teórica mediante un proceso de reconstrucción.

Por último, cabe destacar la enorme compresión obtenida respecto de la imagen digital original, debido tanto a la vectorización de los motivos, como al conocimiento de la estructura, que evita almacenar más información de la estrictamente necesaria.

Palabras clave: Embaldosados, Alicatados, Mosaicos, Análisis de imágenes, Análisis estructural, Grupos de Simetría del Plano.

Grupo temático: Geometría

1. Introducción

El Alcázar de Sevilla, situado en la zona más monumental de la ciudad, junto a la Catedral y su Giralda, y separado por sus murallas del barrio de Santa Cruz, constituye el palacio más antiguo e importante de esta ciudad, siendo uno de los lugares en donde se puede vislumbrar la importancia que la geometría tiene en la ornamentación arquitectónica.

Dentro del complejo del Alcázar destaca el Palacio de Pedro I, construido entre 1364 y 1366, ejemplo representativo del arte mudéjar, ese arte peculiar español en el que conviven tres culturas, cristiana, islámica y judía. Según la costumbre fue construido por alarifes y carpinteros de origen musulmán, procedentes de Sevilla, Granada y Toledo. En dicho palacio, se encuentra el mayor y más hermoso conjunto de alicatados que puede verse en la ciudad de Sevilla.

La cultura islámica es la que mayor importancia ha dado a la ornamentación de sus edificios, existiendo numerosas investigaciones dedicadas al estudio del trazado geométrico de sus decoraciones, destacando [1], donde se contemplan de manera unificada el aspecto artístico y matemático de diseños tradicionales marroquíes. En el caso del Alcázar de Sevilla, destaca el estudio de su arquitectura y del trazado geométrico de su ornamentación realizado en [2].

El interés que ofrece la teoría de grupos de simetría en el diseño y catalogación de particiones regulares del plano se ha materializado durante las últimas décadas en forma de trabajos como los de [3] o [4], que han aportado rigor matemático y geométrico al estudio de tales ornamentaciones. Además, dichos trabajos han supuesto la referencia clásica de la mayor parte de aportaciones que, en forma de herramientas informáticas, han abordado el análisis de sus geometrías durante los últimos años.

Basándose en dichas referencias los firmantes de esta comunicación han participado en el desarrollo de una herramienta informática que permite analizar, descomponer y catalogar de manera automática la imagen digital de un diseño regular. En este trabajo se ofrecen los resultados de la aplicación de la misma al análisis de los alicatados del palacio de Palacio de Pedro I del Alcázar de Sevilla.

Las imágenes digitales de los alicatados analizados se han obtenido en las diferentes estancias del mismo incorporando la totalidad de los repertorios presentes en el palacio: Vestíbulo, Alcoba Real, Patio de las Doncellas, Patio de las Muñecas, Cuarto del Príncipe, Salón del Techo de Felipe II, Salón de los Embajadores, Sala de Infantes y Salón del Techo de Carlos V. El material empleado para la toma de imágenes y su proceso ha sido el siguiente:

- Hardware:
 - Cámara Olympus C8080WZ con tarjeta de memoria Compact Flash 512 MB y trípode.
 - Disco duro portátil: copia y almacenamiento de imágenes de la tarjeta de la cámara.
 - Ordenador portátil Tablet PC Acer.
- Software:
 - Adobe Photoshop: edición básica de imágenes.
 - Nemetschek Curamess: rectificación de imágenes planas en perspectiva.
 - Programas de análisis (Fecetex) y de generación (Adobe Illustrator + Plugin Simetrías).

2. Estado del arte

Los alicatados cerámicos han despertado el interés en años recientes, tanto desde el punto de vista de la especulación geométrica (desarrollo de herramientas para la generación de patrones simétricos) como desde el análisis de los mismos desde el ámbito de la visión artificial.

En el primer caso destacan las herramientas de investigación propuestas por [5] y [6], así como las aplicaciones comerciales: Terrazo [7], herramienta ráster disponible como plugin para Adobe Photoshop e integrada en Corel Photopaint, y Symmetry Works [8], herramienta vectorial disponible como plugin para Adobe Illustrator. Dentro de este ámbito, los autores del artículo han desarrollado una herramienta [9] incluida en un plugin de Adobe Illustrator, cuya principal innovación respecto a las anteriores consiste en que se apoya en la herramienta de

análisis, lo cual permite, además de generar patrones, editar los analizados, tanto los elementos que lo forman, como de la estructura que los articula.

Por otra parte, desde el punto de vista del análisis, existe una abundante literatura acerca del estudio de simetrías de forma aislada [10][11], aunque son muy escasas las referencias a estudios acerca de los grupos de simetría en imágenes. Entre estas cabe indicar las propuestas teóricas de [12] y [13], y sobre todo, la herramienta expuesta en [14], aunque, a diferencia de la propuesta en esta comunicación, trabaja en el espacio ráster, y por tanto, se limita a obtener las simetrías globales, sin obtener los objetos ni motivos que forman el patrón.

3. Herramienta de análisis

La herramienta de análisis utilizada implementa una metodología por etapas en la que se avanza gradualmente en la complejidad de la información manejada, empezando por píxeles en las primeras etapas, siguiendo con objetos (regiones o conjuntos de píxeles conectados entre si y que son percibidos como una unidad debido a la uniformidad de su color y que equivalen a las piezas que construyen el alicatado), posteriormente con los motivos (agrupaciones de objetos formadas a partir de criterios perceptuales) y, finalmente, con la estructura del patrón.



Figura 1: Imagen original de ejemplo (izquierda) y detalle de la misma (derecha)

En las etapas iniciales, el objetivo es agrupar los píxeles para obtener los objetos. Se emplean filtros paso-bajo para eliminar ruido de la imagen (Gauss, Mediana) [15] seguidos de algoritmos de segmentación [16] que realizan una agrupación (k-medias, desplazamiento de la media) en el espacio de colores Luv, donde las distancias entre colores son más acordes con la percepción visual respecto a otros espacios como el RGB.



Figura 2: Imagen del ejemplo segmentada. El número de colores ha sido reducido a 3. Los brillos de la parte inferior derecha provocan errores en algunos objetos

Una vez se dispone de las regiones que forman los objetos, se emplean filtros de área y grosor para eliminar objetos espúreos, así como operadores morfológicos [15] de apertura para soltar objetos pegados. Los objetos que quedan se pasan a una representación vectorial (más compacta y para la que resulta más sencillo, y sin pérdida de calidad, aplicarle transformaciones geométricas) mediante un proceso de seguimiento de fronteras [15][17] para obtener las secuencias de píxeles ordenados que constituyen los contornos, y la posterior aproximación [17] por curvas de Bézier compuestas que minimizan la distancia a dichas secuencias de píxeles. Los

objetos son comparados a partir de sus contornos [18][19] con el objetivo de clasificarlos basándose en su forma externa y su color, obteniendo también las transformaciones geométricas (desplazamientos, giros o ejes de simetría) que relacionan los objetos de la misma clase. Los mismos métodos de comparación son empleados, comparando un objeto consigo mismo, para obtener sus ejes de simetría, o su centro y orden de simetría circular.

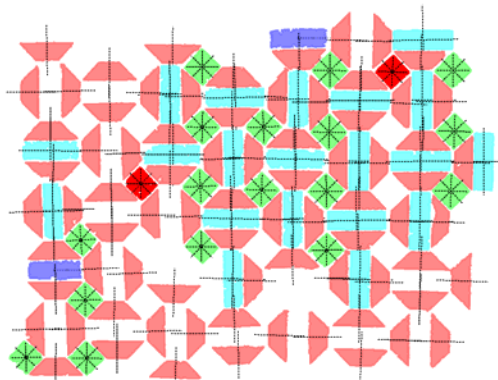


Figura 3: Objetos de la imagen de ejemplo clasificados (los objetos de la misma clase se representan con el mismo color) y con sus simetrías

Empleando criterios perceptuales que toman en cuenta tanto la posición de los objetos (inclusión, cercanía, superposición), como las relaciones entre los objetos de una misma clase (cocircularidad) [20][21], se agrupan objetos formando los motivos. Estos motivos son sometidos a un proceso de clasificación, obtención de transformaciones entre ellos y cálculo de ejes de simetría y centros y ordenes de simetría circular, análogo al de los objetos pero empleando métodos totalmente diferentes, ya que la base es la comparación de su contenido: a que clases pertenecen los objetos que contienen y como están distribuidos dentro de los motivos, obteniendo las transformaciones entre motivos de la misma clase y las simetrías internas de un motivo, a partir de las transformaciones y simetrías de sus objetos.

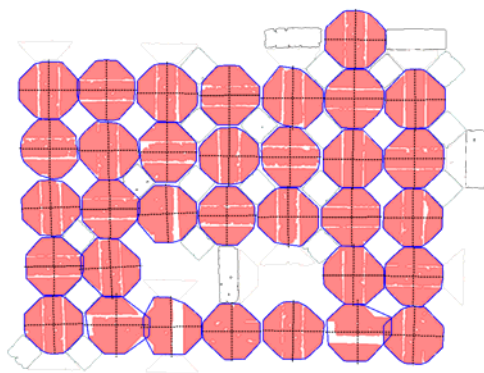


Figura 4: Motivos clasificados (los motivos se representan encerrados en un contorno azul, y los de la misma clase con el mismo color) y con sus simetrías

Las transformaciones que relacionan los motivos, y sus simetrías internas nos permiten obtener la estructura del patrón (ver figura 5):

- Paralelogramo fundamental (PF): mínima parte que permite rellenar el plano sólo con desplazamientos. Se obtiene a partir de las transformaciones de desplazamiento. Se representa en línea negra continua.
- Grupo de Simetría del Plano (GSP): ejes de simetría y centros de rotación existentes. Se obtienen a partir de las transformaciones de rotación y de ejes de simetría, así como de los ejes y simetrías circulares internos. Los ejes de simetría se representan en línea discontinua, roja para ejes con deslizamiento y negra para ejes sin deslizamiento. Los centros de rotación se representan con un pequeño círculo rojo y el número de orden, que indica el número de giros y el ángulo de rotación: $360^\circ/n$.

Analizando la geometría del Paralelogramo Fundamental (cuadrado, rectángulo, rombo, rombo equilátero o paralelogramo general) y su relación con los ejes de simetría (paralelismo y perpendicularidad) y centros de rotación (ubicación), se obtiene el Grupo de Simetría del Plano [4][22] que, junto con el Paralelogramo Fundamental, refleja la estructura y se emplea como elemento de catalogación.

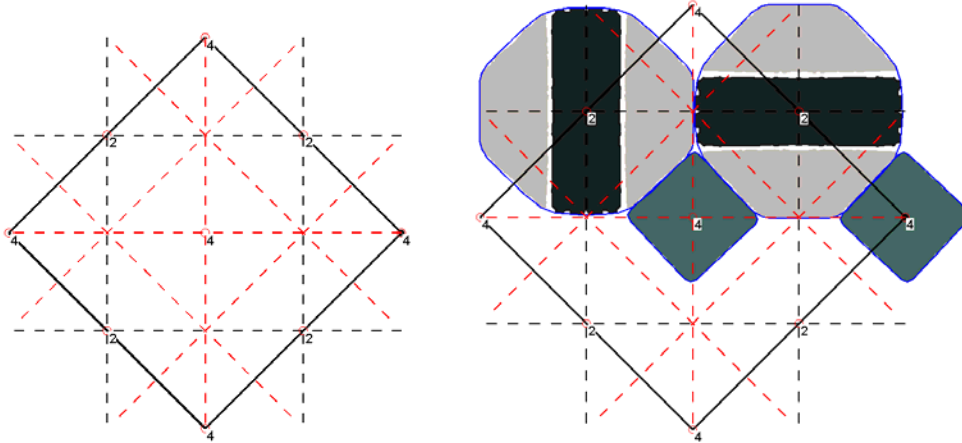


Figura 5: Estructura de la imagen de ejemplo (izquierda) y patrón simplificado (derecha). El Paralelogramo Fundamental es un cuadrado y el Grupo de Simetría del Plano un P4G

Además, en las etapas más avanzadas, la información que se va obteniendo se utiliza también para reconstruir el patrón [23], solucionando problemas intrínsecos del propio patrón (inexactitudes debidas al carácter artesanal, mal estado de conservación, objetos cortados por los bordes), de la imagen (brillos y sombras causados por una iluminación no ideal) o del proceso (errores en etapas anteriores, sobre todo en la etapa de segmentación). Los procesos de reconstrucción son de tres tipos:

- Restitución: añadir elementos que falten.
- Unificación: hacer iguales elementos relacionados por la estructura.
- Normalización: adecuación a la estructura de los distintos elementos (objetos y motivos):
 - Normalización interna de los objetos: recalcular sus contornos atendiendo a sus ejes de simetría o centro de simetría circular.
 - Normalización interna de los motivos: redistribuir sus objetos para que se ajusten a sus ejes de simetría o centro de simetría circular.
 - Normalización del patrón: deformar ligeramente para que se cumpla de manera exacta (lados y ángulos) la geometría del paralelogramo fundamental, situando de manera acorde los elementos, los ejes de simetría y centros de rotación. Desplazar y girar ligeramente los motivos para que se ajusten a los ejes y centros del diseño.



Figura 6: Imagen original del ejemplo (izquierda) e imagen reconstruida (derecha)

4. Resultados

En las figuras 7 y 8 se muestra el análisis de dos de los alicatados pertenecientes al Palacio de Pedro I del Alcázar de Sevilla. En ambos se han asumido hipótesis para llevar a cabo el proceso: en el primero, se supone que todos los elementos verdes, amarillos y negros con la misma forma son iguales; en el segundo, no se consideran las piezas que forman el entrelazado.

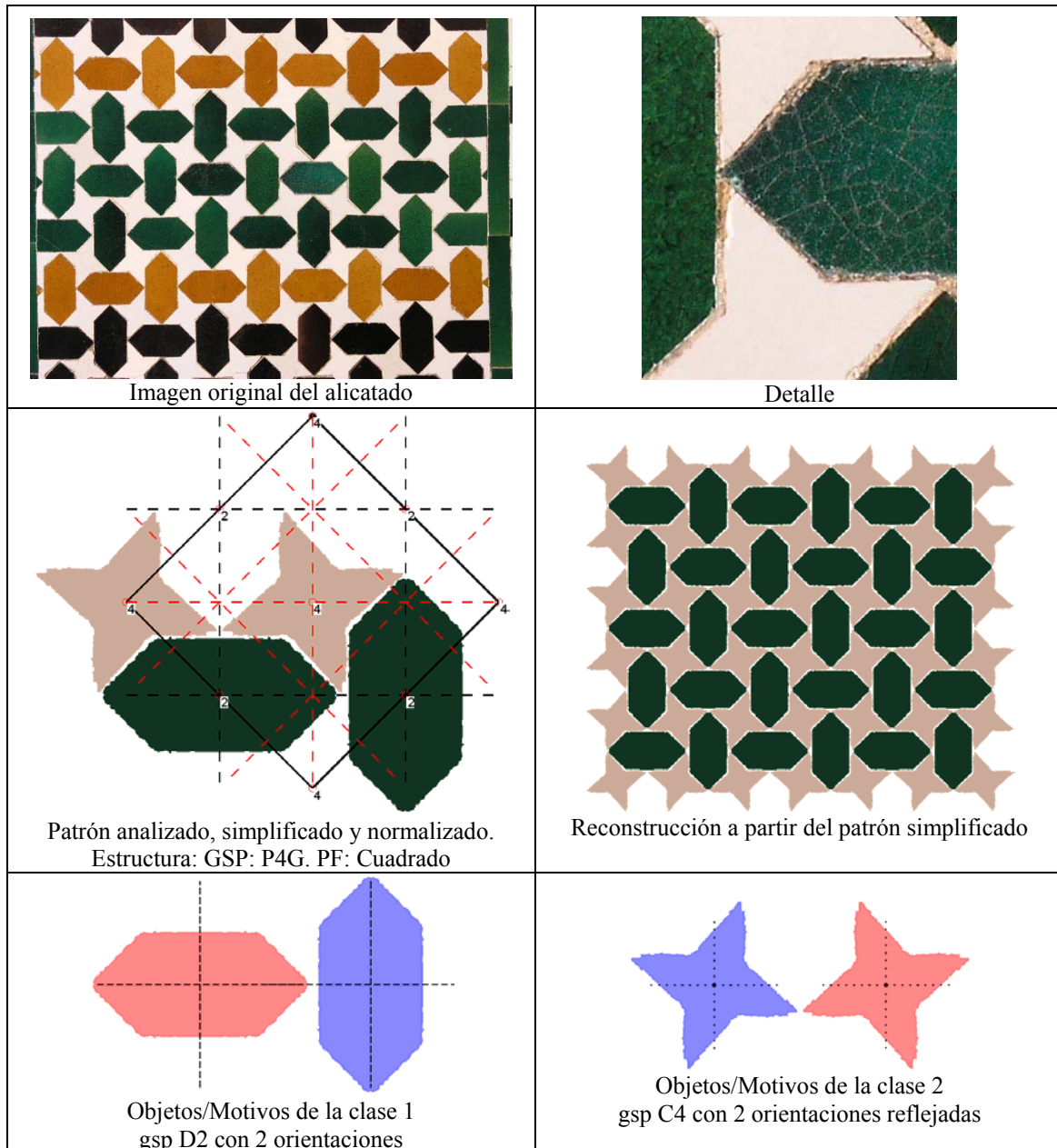


Figura 7: Análisis de un alicatado situado en el Vestíbulo

En la fila inferior de la figura 7 se muestran las dos clases de objetos y motivos (coincidentes en este ejemplo) que existen, indicando además:

- Las distintas orientaciones en que aparecen mediante los colores de relleno.
- Simetrías internas, o grupo de simetría puntual (gsp):
 - Dn: elemento con simetría especular (también llamada dihedral) de orden n. El orden es el número de ejes de simetría del elemento, que pasan por su centro y están separados $180^\circ/n$. Se representan mediante con un tipo de línea negra discontinua de trazos.
 - Cn: elemento con simetría circular de orden n. El orden es el número de giros respecto a su centro y de valor $360^\circ/n$. Se representan con un tipo de línea negra discontinua de puntos.

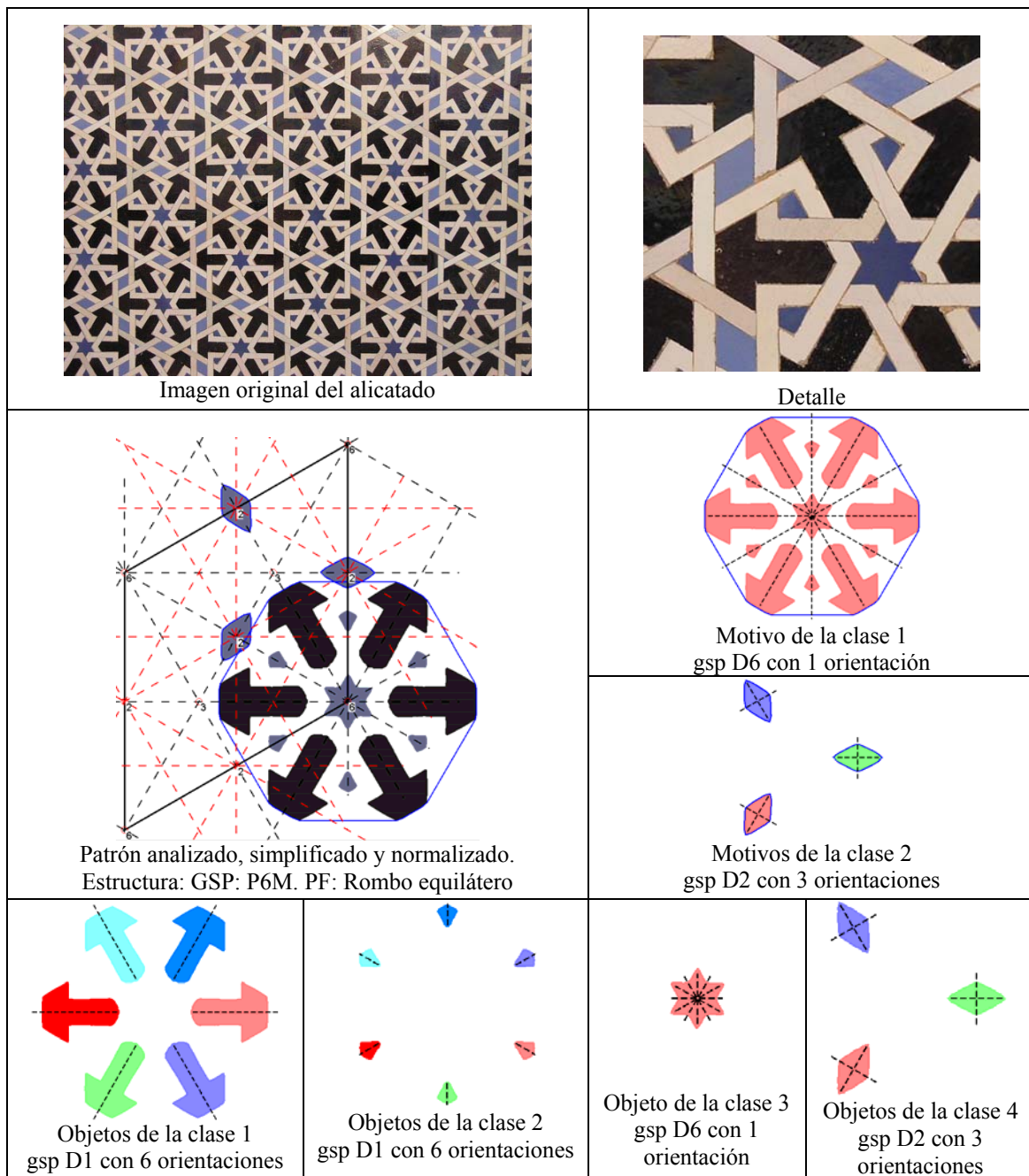


Figura 8: Análisis de un alicatado situado en el Cuarto del Príncipe

La tabla 1, contiene un compendio de los resultados de analizar los alicatados del Palacio del Rey Pedro I del Alcázar de Sevilla. Para cada Grupo de Simetría del Plano existente, se muestran los grupos de simetría puntual y el número de orientaciones de los objetos y motivos que en él aparecen. El número de alicatados distintos con repetición en 2 direcciones del plano ha sido de 21, con una amplia mayoría de alicatados P4M que contienen objetos D1 con 4 y 8 orientaciones y motivos D4 y D8.

No se consideran las piezas entrelazadas en ningún alicatado, si bien, actualmente se está adaptando la herramienta de análisis para que las considere. Por otro lado, se observa que éstos siempre se disponen de forma circular, con un GSP sin ejes de simetría: en el caso de un P6M, forman un P6, en el caso de un P4M forman un P4 y en el caso de un PM forman un P1.

Las figuras 9 y 10 presentan respectivamente, los Grupos de Simetría del Plano (GSP) de los alicatados completos, y Grupos de Simetría Puntual (gsp) de los objetos y motivos.

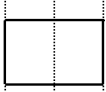
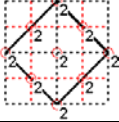
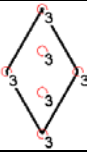
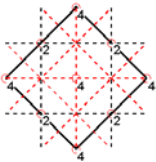
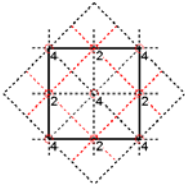
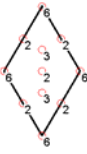
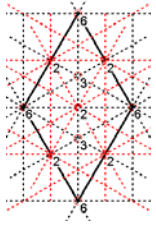
GSP y PF	N°	Elementos				
		Tipo	gsp	Orientaciones directas	Orientaciones reflejadas	N°
PM Rectángulo 	1	Objetos	D1	1		6
		Motivos	D1	1		6
CMM Cuadrado 	1	Objetos	D2	1		2
		Motivos	D2	1		2
P3 Rombo Equilátero 	1	Objetos	C3	1		2
		Motivos	C3	1		2
P4G Cuadrado 	2	Objetos	D1	4		1
			D2	2		2
			C4	1	1	1
			D4	1		1
		Motivos	D2	2		2
			C4	1	1	1
D4	1		1			
P4M Cuadrado 	12	Objetos	D1	4		25
				8		13
				12		2
				16		1
			D2	2		5
				4		3
				8		1
				D4	1	
		Motivos	D6	2		1
			D8	1		18
			D16	1		1
			Motivos	D1	4	
8		3				
D2	2			5		
D4	1			18		
D6	2			1		
D8	1		12			
P6 Rombo Equilátero 	1	Objetos	D2	3		1
			C3	2		1
			D6	1		1
		Motivos	D2	3		1
			C3	2		1
			D6	1		1
P6M Rombo Equilátero 	3	Objetos	D1	6		5
				12		1
			D2	3		1
			D3	2		1
			D6	1		3
			D8	3		1
		D12	1		1	
		Motivos	D2	3		1
			D3	2		2
			D6	1		3
D8	3			1		

Tabla 1: Recuento de Catalogaciones y desglose de objetos y motivos por grupo de simetría puntual y orientaciones

Destaca la amplia mayoría de objetos y motivos con simetría dihedral (aunque es necesario recalcar que los objetos y motivos que forman los entrelazados, poseen simetría circular). También es habitual la presencia de simetrías múltiplo de las necesarias. Por ejemplo, en P4M: D1 con 8 orientaciones (en lugar de 4 orientaciones) o D8 (en lugar de D4). Al estar los motivos formados mediante agrupación por cocircularidad, se agrupan objetos de distintas orientaciones, transformando simetrías externas en internas. Por ejemplo, objetos D1 con 4 orientaciones se transforman en motivos D4 con 1 orientación.

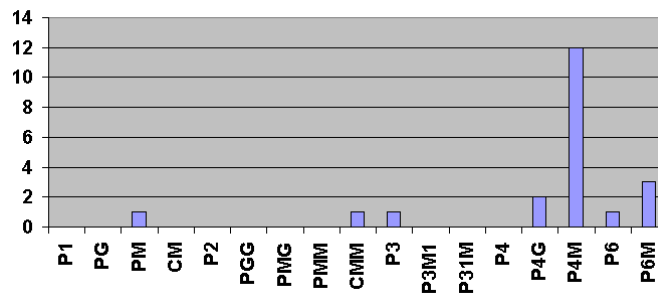


Figura 9: Recuento de Grupos de Simetría del Plano

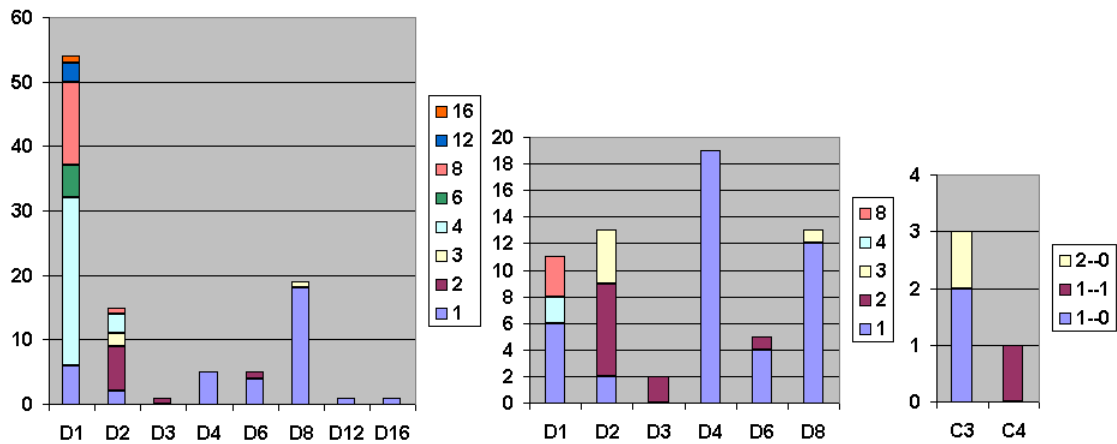


Figura 10: Recuento de objetos (izquierda) y motivos (centro) dihedrales, y objetos y motivos circulares (derecha) por grupo de simetría puntual y número de orientaciones (separadas en giradas y reflejadas en el caso de grupos de simetría circulares)

5. Conclusiones

Se ha presentado los resultados del análisis de los alicatados del Alcázar de Sevilla mediante una herramienta para el análisis de imágenes de patrones periódicos. Dichos análisis se han culminado con éxito, pudiéndose destacar los siguientes aspectos:

- Par todos los alicatados se han obtenido las estructuras (paralelogramo fundamental y grupo de simetría del plano: desplazamientos, ejes de simetría con y sin deslizamiento y centros de rotación) y los elementos (objetos y motivos), de los que se han cálculo sus propiedades (ejes de simetría y simetrías circulares) y han sido clasificados.
- Para las imágenes procedentes de patrones antiguos o en mal estado, se ha logrado la reconstrucción mediante los proceso de restitución (añadir elementos que faltan), unificación (hacer iguales elementos relacionados por la estructura) y normalización (ajustar elementos perfectamente a la estructura).
- La concreción de resultados ha supuesto para todas las imágenes una compresión aproximada de 3 órdenes de magnitud respecto a la imagen original en formato jpeg: por la vectorización, por la clasificación de objetos (basta con un objeto de cada clase y la transformación que lo relaciona con los otros), y por la simplificación (reducir el patrón al paralelogramo fundamental para evitar repeticiones innecesarias).
- Todas las imágenes han sido correctamente catalogadas a partir de su estructura.

6. Referencias

- [1] Paccard, A. "Le Maroc Et L'Artisanat Traditionel Islamique Dans L'Architecture", Éditions Atelier 74, Bonlieu, 1983, ISBN 2-86.486-009-0.
- [2] González Ramírez, M. I. "El trazado geométrico en la ornamentación del Alcázar de Sevilla". Sevilla : Consejería de Obras Públicas y Transportes. Universidad de Sevilla, 1995, ISBN 8447202399
- [3] Grünbaum, B., Shephard, G.C. "Tilings and Patterns", W. H. Freeman, New York, 1987
- [4] Schattschneider, D. "The Plane Symmetry Groups: Their Recognition And Notation", The American Mathematical Monthly, 1978, 85, 439-450.
- [5] Alexander, H.: The computer/plotter and the 17 ornamental design types. Proceedings of SIGGRAPH '75, (1975), 160-177.
- [6] J. Weeks, Programs that Can Automatically Generate 2D Planar Crystallographic Patterns, Kali, <http://www.geom.umn.edu/apps/Kali/>, 1995.
- [7] (Xaos Tools) <http://www.xaostools.com/products/termain.html>
- [8] (Artlandia) <http://www.artlandia.com/products/SymmetryWorks>
- [9] Albert Gil, F., Gomis Martí, J.M., Valor Valor, M., Carretero Rocamora, M.: "Sistema de Información Integrado para Diseño Cerámico", Actas del VIII Congreso Mundial de la Calidad del Azulejo y del Pavimento Cerámico", Castellón (España), 2004
- [10] J.M. Atallah, "On Symmetry Detection", IEEE Transactions On Computers, C-34, 1985, pp. 663-666.
- [11] G. Marola, "On The Detection Of The Axes Of Symmetry Os Symmetric And Almost Symmetric Planar Images", IEEE Trans. on P.A.M.I, 11, 1989, pp. 104-108.
- [12] Ostromoukhov, V.: Mathematical Tools for Computer-Generated Ornamental Patterns. Lecture Notes in Computer Science 1375, (1998), 192-223
- [13] Abas, S., Salman, A.: Symmetries of Islamic Geometrical Patterns. World Scientific (1995)
- [14] Yanxi Liu, Robert T. Collins, Yanghai Tsin, "A Computational Model for Periodic Pattern Perception Based on Frieze and Wallpaper Groups", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 26, No. 3, March 2004
- [15] González R. C., Wintz P.; "Digital Image Processing", Addison-Wesley, 1987.
- [16] Comaniciu, D. ; Meer, P. "Robust analysis of feature spaces: Color image segmentation". In Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition., IEEE, Los Alamitos, CA, USA, 1997. pp. 750-755.
- [17] Albert Gil, F., Gomis Marti, J.M., Valor Valor, M., Valiente González, J.M., Carretero Rocamora, M.: "Análisis Estructural de Motivos Decorativos en Diseño Textil", Actas del XIII Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica, Badajoz (España), 2001
- [18] P. J. Van Otterloo, "A contour-oriented approach to shape analysis", Prentice-Hall International, 1991.
- [19] Albert Gil, F., Gomis Martí, J.M., Valiente González, J.M., Carretero Rocamora, M.: "Object Comparison in Structural Analysis of Decorative Patterns in Textile Design", Proceedings of the 12th ADM International Conference on Design Tools and Methods in Industrial Engineering, Rimini (Italia), 2001
- [20] K. Koffka, Principles of Gestalt Psychology, Bruce and Company, New York, 1935.
- [21] S. E. Palmer, "Vision Science. Photons to Phenomenology", MIT Press, Cambridge (Massachusetts), 2002
- [22] Valor Valor, M., Albert Gil, F., Gomis Martí, J.M., Contero González, M.: "Textile and Tile Pattern Design Cataloguing Using Automatic Detection of the Plane Symmetry Group", Proceedings of the 2003 Computer Graphics International (CGI 2003), IEEE Computer Society Press, Tokyo (Japón), 2003
- [23] Albert Gil, F., Gomis Martí, J.M., Valiente González, J.M.: "Reconstruction Techniques in the Image Analysis of Islamic Mosaics from the Alhambra", Proceedings of the 2004 Computer Graphics International (CGI 2004), IEEE Computer Society Press, Heraklion, Creta (Grecia), 2004